

光学期末复习课

Lecture 1. 光的干涉、衍射与偏振

傅 林

Part 1. 光的干涉

1. **相干条件**：频率相同、存在相互平行的振动分量、相位差 $\Delta\phi$ 恒定.

[例题]用白光光源进行双缝实验，若用一个纯红色的滤光片遮盖一条缝，用一个纯蓝色的滤光片遮盖另一条缝，则()

A. 干涉条纹的宽度将发生改变

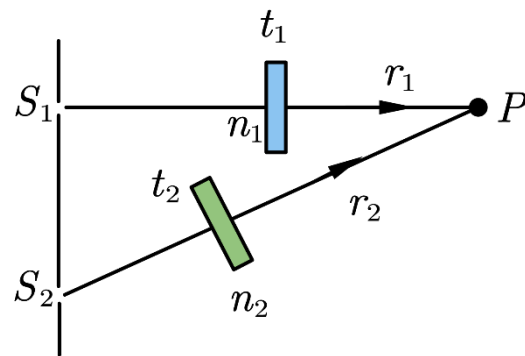
B. 产生红光和蓝光的两套彩色干涉条纹

C. 干涉条纹的亮度将发生改变

D. 不产生干涉条纹

2. 相位差与光程差： $\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta L$ ，式中 λ 指**光在真空中的波长**！

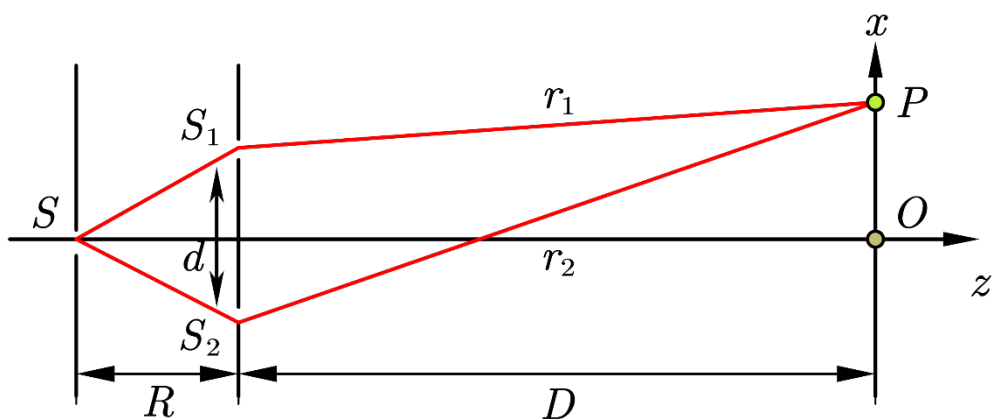
[例题]如图， S_1 、 S_2 是两个相干光源，它们到 P 点的距离分别为 r_1 和 r_2 。路径 S_1P 垂直穿过一块厚度为 t_1 ，折射率为 n_1 的介质板，路径 S_2P 垂直穿过厚度为 t_2 ，折射率为 n_2 的另一介质板，其余部分可看成真空，这两条路径的光程差为_____.



3. 干涉场的强度分布公式: $I(P) = I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}\cos\Delta\phi(P)$

当 $\Delta\phi(P) = 2k\pi, \Delta L(P) = k\lambda$, 干涉极大; 当 $\Delta\phi(P) = (2k+1)\pi, \Delta L(P) = \frac{2k+1}{2}\lambda$, 干涉极小

4. 杨氏干涉: 实验装置如图所示, d 在mm量级, R 在cm量级, D 在m量级.



对屏上坐标为 x 的一点 P , 有

$$\Delta L(P) = \frac{d}{D}x, \quad \Delta\phi(P) = \frac{2\pi d}{\lambda D}x$$

因此 $x = \begin{cases} \frac{k\lambda D}{d}, \text{明纹} \\ \frac{(2k+1)\lambda D}{2d}, \text{暗纹} \end{cases}$

相邻明条纹之间的距离 $\Delta x = \frac{\lambda D}{d}$

*干涉条纹的移动:

➤ 固定场点 P , 若有 N 根干涉条纹移过此点, 则光程差的改变 $\delta(\Delta L) = N\lambda$

➤ 跟踪某级条纹, 若光源沿 x 方向移动 δs , 则条纹位移 $\delta x = -\frac{D}{R}\delta s$

[例题]对于双缝干涉实验

(1) 两条缝的宽度原来是相等的, 现让其中一缝的宽度略变窄(缝中心位置不变), 则()

- A. 干涉条纹的间距变宽 B. 干涉条纹的间距变窄
C. 干涉条纹的间距不变, 但原极小处的强度不再为零 D. 不再发生干涉现象

(2) 为了使屏上的干涉条纹间距变大, 可采用的办法是()

- A. 把屏靠近双缝 B. 减小两缝的间距 C. 把两缝的宽度稍微调窄 D. 改用波长较小的单色光源

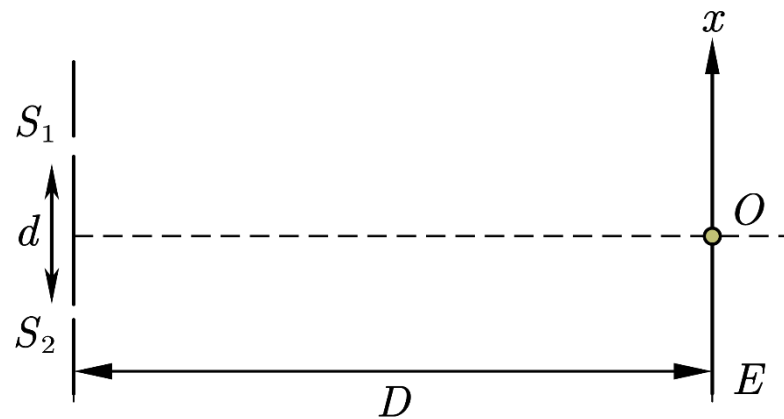
(3) 入射光的波长为 λ , 用玻璃纸遮住双缝中的一个缝, 若玻璃纸中的光程比相同厚度的空气的光程大 2.5λ , 则屏上原来的明纹处_____ (填“变为暗纹” “不发生改变” “无法确定”)

(4) 单色光源 S 到双缝的距离相等, 此时屏上中央明条纹位于 O 处。若将光源 S 稍微向下移动, 则中央明条纹向___移动(填“上” “下”), 条纹间距____(填“增大” “减小” “不变”)

(5) 现把干涉装置放在折射率为 n 的液体中, d, D, R 均不变, 光在真空中的波长为 λ , 则和真空相比, 液体中相邻明纹的间距____(填“变大” “变小” “不变”), 且间距等于_____.

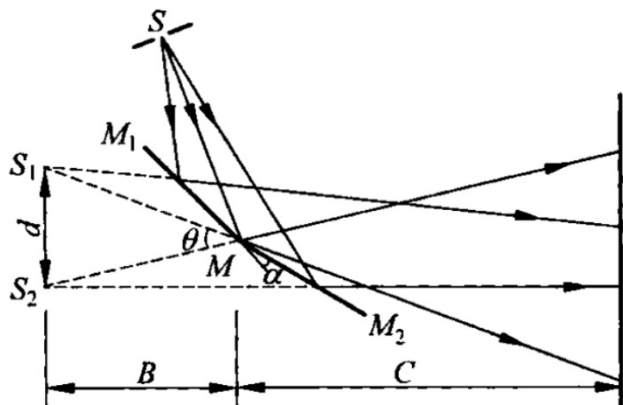
[例题] 杨氏双缝实验中，双缝间距 $d = 0.5\text{mm}$ ，缝与屏幕相距为 $D = 1.2\text{m}$ ，用波长 $\lambda = 500\text{nm}$ 的单色光照射，求：

- (1) 零级明纹所在处原点 O 上方第五级明纹的坐标 x_5 ；
- (2) 求相邻明纹间距离；
- (3) 用厚度为 l 、折射率 $n = 1.58$ 的透明薄膜覆盖在 S_2 缝后面，这时第5级明纹中心位置移至光屏中心，求薄膜厚度 l 。



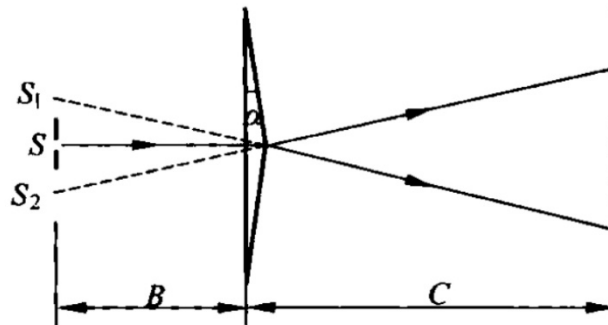
5. 其他分波前干涉装置：

菲涅尔双面镜



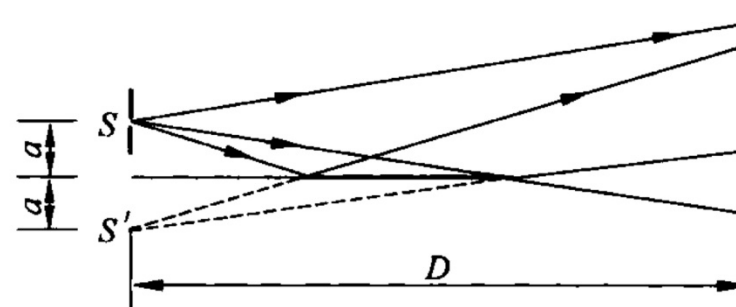
$$\Delta x = \frac{B+C}{2\alpha B} \lambda$$

菲涅尔双棱镜



$$\Delta x = \frac{B+C}{2(n-1)\alpha B} \lambda$$

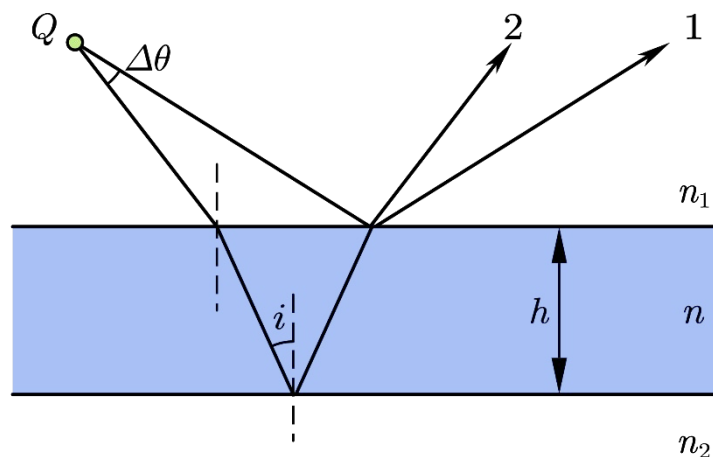
劳埃德镜



$$\Delta x = \frac{D}{2a} \lambda$$

6. 薄膜干涉：从薄膜上下表面反射的两光束的光程差

$$\Delta L \approx 2nh \cos i + \delta_{\text{半}} = \begin{cases} k\lambda, \text{干涉极大} \\ \frac{2k+1}{2}\lambda, \text{干涉极小} \end{cases}$$



*式中的 $\delta_{\text{半}}$ 为半波损失项, 满足

$$\delta_{\text{半}} = \begin{cases} \frac{\lambda}{2}, n > n_1, n > n_2 \text{ 或 } n < n_1, n < n_2 \\ 0, n_1 > n > n_2 \text{ 或 } n_1 < n < n_2 \end{cases}$$

➤ 等厚干涉: 考虑正入射, 则 $\Delta L = 2nh$, 相邻等厚条纹的厚度差 $\Delta h = \frac{\lambda}{2n}$

劈尖干涉中, 若劈尖的夹角为 α , 则相邻条纹间距 $\Delta x = \frac{\lambda}{2n\alpha}$

牛顿环: 暗纹半径 $r_k = \sqrt{kR\lambda}, k=0, 1, 2, \dots$; 亮纹半径 $r_k = \sqrt{\left(k - \frac{1}{2}\right)R\lambda}, k=1, 2, \dots$

➤ 等倾干涉: 中心级次高, 外围级次低, 里疏外密

$$\Delta r = r_{k+1} - r_k \approx nf(i_{k+1} - i_k) = \frac{-\lambda f}{2nh \sin i_k}$$

7. 增透膜: 满足相干极小条件, 使反射光相互干涉而抵消掉

高反射膜: 满足相干极大条件, 使反射光相长而增加反射.

[例题] 用两块玻璃板做成空气劈尖，在棱边处的干涉条纹是亮纹还是暗纹？牛顿环干涉的中心是亮纹还是暗纹？为什么？

[例题] 折射率为 n 的均匀透明的平行平面薄膜处于空气中，波长为 λ 的单色光从空气垂直入射到上面，要使反射光增强，膜的厚度至少应为_____。

[例题] 两块平玻璃构成空气劈形膜，左边为棱边，用单色平行光垂直入射。

(1) 若上面的平玻璃慢慢地向上平移，则干涉条纹向_____ (填“靠近棱边”“远离棱边”) 方向移动，条纹间距变_____ (填“大”“小”“不变”);

(2) 若上面的平玻璃以棱边为轴逆时针微小转动，则干涉条纹向_____ (填“靠近棱边”“远离棱边”) 方向移动，条纹间距变_____ (填“大”“小”“不变”);

(3) 单色光的波长为 λ ，劈尖角为 α ，则第 k 级明纹与第 $k+5$ 级明纹对应的膜的厚度差为_____，这两级条纹的间距为_____;

(4) 现用劈尖干涉法检测某一工件，波长为 λ 的单色平行光垂直入射，观察到的干涉条纹发生畸变，每一条纹弯曲部分的顶点正好与左边条纹的直线部分的连线相切，则工件表面与条纹弯曲处对应的部分()

A. 凸起，高度为 $\lambda/4$

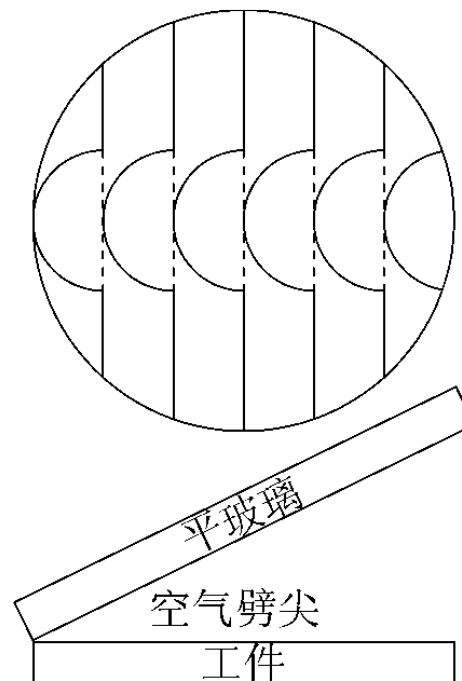
B. 凸起，高度为 $\lambda/2$

C. 凹陷，深度为 $\lambda/2$

D. 凹陷，深度为 $\lambda/4$

(5) 现考虑更一般的情况，干涉条纹依然是向左畸变，设相邻条纹直线部分相距 Δx ，条纹的最大弯曲畸变量为 a ，求工件表面的凹陷深度；

(6) 设玻璃板的折射率为 1.75，一端厚度为 0，另一端厚度为 0.002cm，现用波长为 700nm 的单色平行光，沿入射角为 30° 的方向射在膜的上表面，则形成的干涉条纹数为_____.



[例题] 设组成牛顿环装置的平凸透镜与平板玻璃的折射率相同

(1) 当平凸透镜缓缓向上平移使，牛顿环_____ (填“向中心收缩”“向外扩张”);

(2) 平凸透镜在竖直方向的平移会导致条纹变化，若发现某级明条纹处由最亮变为最暗，则平凸透镜位移的大小为_____，若某级明条纹处有 N 级明纹通过，则平凸透镜位移的大小为_____;

(3) 将装置从空气转移至某种液体中，发现第10个亮环的直径由1.40cm变成1.24cm，则这种液体的折射率为_____;

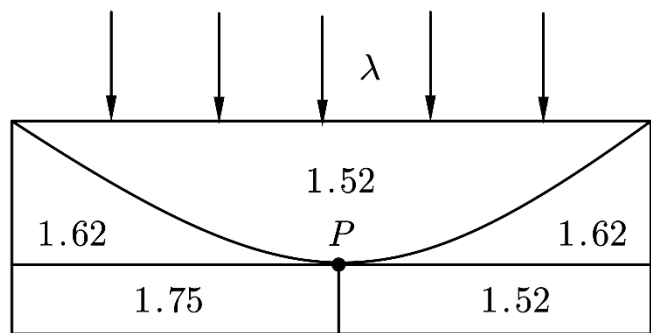
(4) 在图示三种材料构成的牛顿环装置中，用单色光垂直照射，在反射光中看到干涉条纹，则在接触点 P 处形成的圆斑为()

A. 全明

B. 全暗

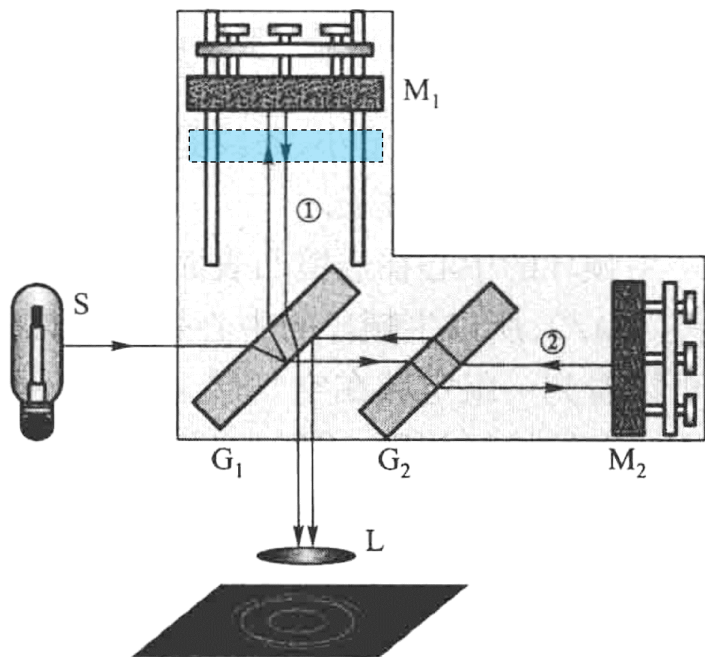
C. 右半边明，左半边暗

D. 右半边暗，左半边明



8. 迈克耳孙干涉仪： M_2 对 G_1 所成的虚像 M'_2 与 M_1 形成空气薄膜，当 M_1 与 M'_2 平行时，形成等倾干涉

条纹；当 M_1 和 M'_2 有微小夹角时，形成等厚干涉条纹.



*光源非单色性对干涉条纹的影响：

(1) 当光源具有双线结构时，条纹衬比度 γ 随光程差 ΔL 作周期性变化.

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos \frac{\Delta k \Delta L}{2} \right|$$

$$\text{式中 } \Delta k = k_1 - k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_1} - \frac{2\pi}{\lambda_2} \ll k = \frac{k_1 + k_2}{2}$$

(2) 光源具有单色线宽时，条纹衬比度随光程差 ΔL 单调下降. $\Delta L = \Delta L_{\max} = \frac{\lambda^2}{|\Delta\lambda|}$ 时， $\gamma = 0$.

Part 2. 光的衍射

1. 基础理论: (1) 惠更斯-菲涅尔原理: 波前 Σ 上每个面元 $d\Sigma$ 都可看成是新的振动中心, 它们发出次波, 在空间某一点 P 的振动是所有这些次波在该点的相干叠加.

(2) 菲涅尔-基尔霍夫衍射积分公式:

$$\tilde{U}(P) = -\frac{i}{2\lambda} \iint_{\Sigma_0} (\cos\theta + \cos\theta_0) \tilde{U}_0(Q) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma$$

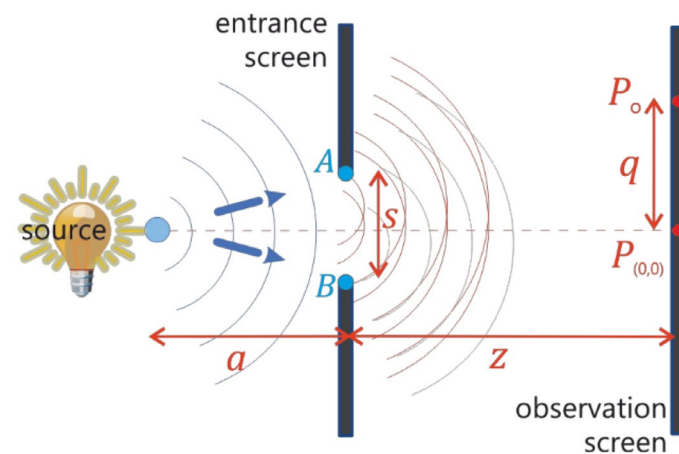
(3) 巴比涅原理: 互补屏造成的衍射场中复振幅之和等于自由波场的复振幅.

2. 菲涅尔衍射: 光源和接收屏幕(或两者之一)距离衍射屏有限远.

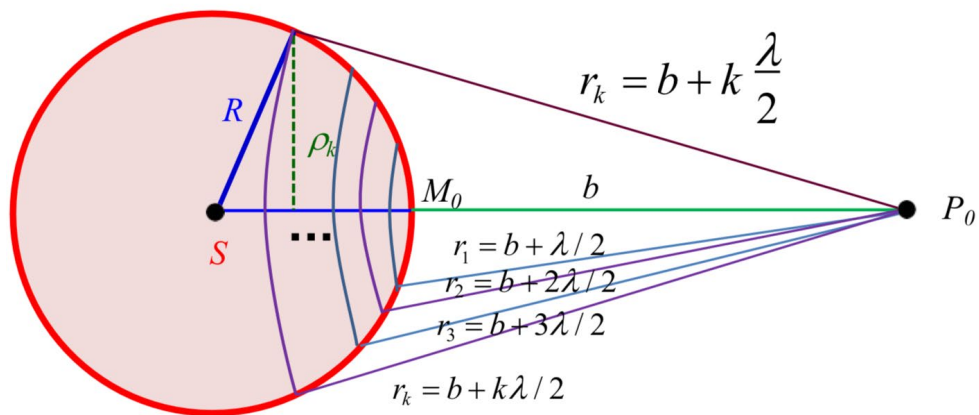
➤ 圆孔衍射: 连续改变孔的大小, 可看到衍射图样中心明

暗交替变化

➤ 圆屏衍射: 中心始终是亮点, 称为泊松亮斑



3. 半波带法：以点光源 S 到衍射屏的距离 R 为半径作球面波前 Σ ，以轴上场点 P_0 为中心，以 $b + k\frac{\lambda}{2}$ 为半径作一系列球面，将波前 Σ 分割为一系列环形带，每一个环带称为半波带。



$$A(P_0) = A_1(P_0) - A_2(P_0) + \cdots + (-1)^{n+1} A_n(P_0)$$

$$= \frac{1}{2} [A_1 + (-1)^{n+1} A_n]$$

因此圆孔衍射中，中心光强随着孔内包含半波带的个数 n 而变化，**奇亮偶暗**

自由传播时， $A(P_0) = \frac{1}{2} A_1(P_0)$. 那么在圆屏衍射时，设圆屏遮住了前 k 个半波带，则之后可看作第 $k + 1$ 个半波带的自由传播，因此 $A(P_0) = \frac{1}{2} A_{k+1}(P_0)$ ，**始终为亮**

*第 k 个半波带的半径公式： $\rho_k = \sqrt{\frac{Rbk\lambda}{R+b}} = \sqrt{k} \rho_1$ ， $\rho_1 = \sqrt{\frac{Rb\lambda}{R+b}}$

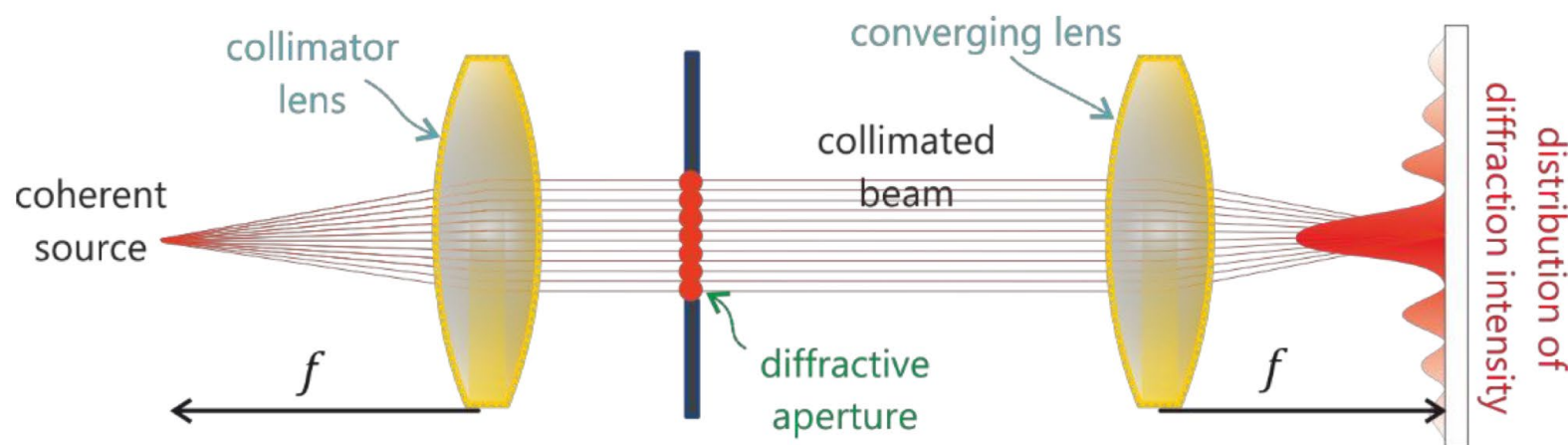
可以设计出菲涅尔波带片，**只让奇数或偶数半波带透光**，这样到达 P_0 的各次波波长相互加强，可将光强放大很多倍

[例题]菲涅尔圆孔衍射中，照明光波长为 $0.5\mu\text{m}$, $R = 1\text{m}$, $b = 4\text{m}$.

(1) 求第1个和第100个半波带的半径；

(2) 现用一块波带片做实验，其孔径内有20个半波带，第1、3、5、 $\dots$ 、19等10个奇数带露出，第2、4、6、 $\dots$ 、20等10个偶数带被挡住，则轴上场点的强度比自由传播时大多少倍？

4. 夫琅禾费衍射：光源和接收屏都距离衍射屏无穷远



➤ 单缝衍射： $I_{\theta} = I_0 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$ ， $\alpha = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$ ， a 为缝宽， θ 为衍射线与水平的夹角.

(1) 主极大——零级衍射斑： $\alpha=0, \theta=0$ ，零级衍射斑的中心就是几何光学的像点.

(2) 次极大——高级衍射斑： $\frac{d}{d\alpha}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)=0$ ，得到次极大位于

$$\sin\theta = \pm 1.43 \frac{\lambda}{a}, \pm 2.46 \frac{\lambda}{a}, \pm 3.47 \frac{\lambda}{a}, \dots$$

强度分别为 $I_1 \approx 4.7\%I_0$ ， $I_2 \approx 1.7\%I_0$ ， $I_3 \approx 0.8\%I_0, \dots$ ，因此绝大部分光能落在零级衍射斑内.

(3) 暗斑： $\alpha = k\pi, \sin\theta = k \frac{\lambda}{a}, k = \pm 1, \pm 2, \dots$

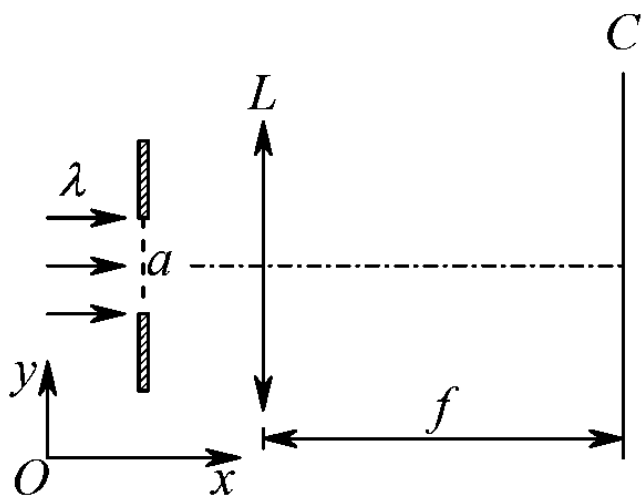
(4) 零级衍射斑的半角宽度等于高级衍射斑的角宽度，表达式为 $\Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$

➤ 矩孔衍射： $I(\alpha, \beta) = I_0 \left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)^2 \left(\frac{\sin\beta}{\beta}\right)^2$ ，式中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta_1, \beta = \frac{\pi b}{\lambda} \sin\theta_2$

➤ 圆孔衍射： $I(x) = I_0 \left[\frac{2J_1(x)}{x}\right]^2$ ，零级衍射斑称为艾里斑，艾里斑的角半径 $\Delta\theta = 1.22 \frac{\lambda}{D}$

瑞利判据：当两个等强度、不相干的点源 S_1, S_2 的两个艾里斑的中心距离等于每一个艾里斑的半径时，恰好能被人眼或光学仪器分辨.

[例题] 下图是夫琅禾费单缝衍射的实验装置图



(1) 将单缝沿透镜光轴向透镜平移, 衍射条纹的间距_____ (填“变大”“变小”“不变”);

(2) 增大缝宽, 则中央明条纹_____ (填“变宽”“变窄”“不变”);

(3) 将单缝沿 y 轴正方向作微小平移, 则中央明条纹_____; 若将透镜沿 y 轴正方向作微小平移, 则中央明条纹_____. (均填“向上移”“向下移”“不动”);

(4) 波长为 λ 的单色光平行垂直入射, 若第一级暗纹的位置对应的衍射角为 $\theta = \pm \frac{\pi}{6}$, 则缝宽的大小为_____;

(5) 若 $\lambda = 500\text{nm}$, $a = 0.25\text{mm}$, 测得屏幕上中央明条纹一侧第三个暗条纹和另一侧第三个暗条纹之间的距离为 $d = 12\text{mm}$, 则凸透镜的焦距为_____;

(6) 若缝宽 $a = 4\lambda$, 则对应于衍射角为 30° 的方向, 单缝处波阵面可分成的半波带数目为_____.

5. 光栅衍射: $I_{\theta} = \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \left(\frac{\sin N\beta}{\sin \beta} \right)^2$, $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$, $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin \theta$

式中 a 为缝宽, d 为光栅常数, N 为光栅的缝数.

➤ 主极强: $\beta = k\pi \rightarrow \sin \theta = k \frac{\lambda}{d}$ (光栅公式), 主极强的数目 $|k| < \frac{d}{\lambda}$

➤ 零点: $\sin \theta = \left(k + \frac{m}{N} \right) \frac{\lambda}{d}$, $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; m = 1, 2, \dots, N-1$

➤ 缺级: $k = k' \cdot \frac{d}{a}$, $k' = \pm 1, \pm 2, \dots$ 对应的主极强会消失

[例题] 有关光栅衍射实验, 回答下面问题:

(1) 用一束白光垂直照射在一光栅上, 在形成的同一级光栅光谱中, 偏离中央明纹最远的是()

A. 紫光

B. 绿光

C. 黄光

D. 红光

(2) 现用单色光垂直入射, 发现屏幕上只出现零级和一级主极大, 欲使屏幕上出现更高级次的主极大, 应该()

A. 换一个光栅常数小的光栅 B. 换一个光栅常数大的光栅 C. 将光栅靠近屏幕 D. 将光栅远离屏幕

(3) 若某元素的特征光谱中含有 $\lambda_1 = 450\text{nm}$, $\lambda_2 = 750\text{nm}$ 的光谱线, 在光栅光谱中, 这两种波长的谱线有重叠现象, 重叠处 λ_2 的谱线的级数将是()

A. 2, 3, 4, 5, ...

B. 2, 5, 8, 11, ...

C. 2, 4, 6, 8, ...

D. 3, 6, 9, 12, ...

(4) 若垂直入射的光波长 $\lambda = 600\text{nm}$, $d = 6 \times 10^{-6}\text{m}$, $a = 1.5 \times 10^{-6}\text{m}$, 写出在衍射角 $(-90^\circ, 90^\circ)$ 范围内可能观察到的全部主极大的级次.

Part 3. 光的偏振

1. 五种偏振态：自然光、线偏振光、部分偏振光、圆偏振光和椭圆偏振光

椭圆偏振光可分解为两个同频率且相互垂直的简谐振动，即

$$\begin{cases} E_x = A_x \cos \omega t \\ E_y = A_y \cos (\omega t + \delta) \end{cases}$$

相位差 $\delta > 0$ 为右旋， $\delta < 0$ 为左旋.

2. 双折射现象：一束光在晶体内分成了两束，它们的折射程度不同；o光指符合普通折射定律的折射线，e光指违背折射定律的折射线.

➤ 光轴：光沿这个方向传播时，不发生双折射现象

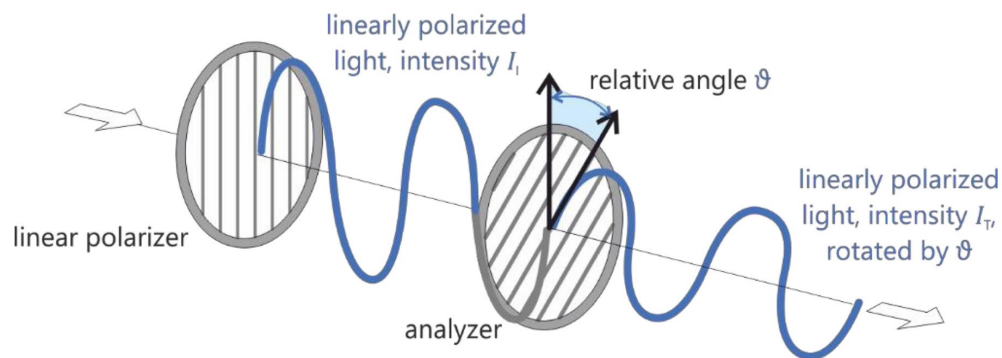
➤ 主截面：光线沿某界面入射时，此界面法线与晶体光轴组成的平面

➤ 主平面：光线与光轴构成的平面

o光和e光都是线偏振光，o光振动方向与主平面垂直，e光振动方向在主平面内

若 $v_e < v_o, n_e > n_o$ ，称为正晶体；若 $v_e > v_o, n_e < n_o$ ，称为负晶体.

3. 偏振片：具有一个透振方向，只有在该方向上的偏振光才能通过；自然光通过偏振片后变为线偏振光，且光强变为原来的一半！



*马吕斯定律： $I_2 = I_1 \cos^2 \theta$

式中 θ 是入射线偏振光振动方向和偏振片透振方向之间的夹角

[例题] (1) 一束光是自然光和线偏振光的混合光，让它垂直通过一偏振片。若以此入射光束为轴旋转偏振片，测得透射光强度最大值是最小值的5倍，那么入射光束中自然光与线偏振光的光强比值为()

A. 1/2

B. 1/3

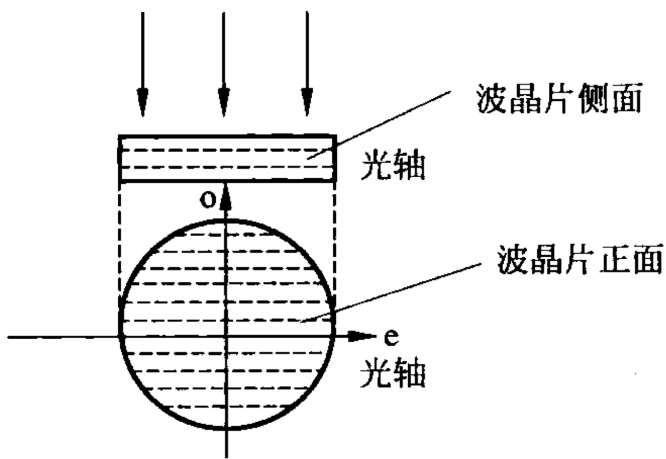
C. 1/4

D. 1/5

(2) 要使一束线偏振光的振动方向转过 90° ，至少需要让这束光通过____块偏振片。在此情况下，最大的透射光强是原来光强的____倍。

4. 波晶片——相位延迟片：表明与晶体的光轴平行，当光垂直表面入射时，厚度为 d 的波晶片使 o 光和 e 光产生的附加相位差

$$\Delta\phi = \phi_o - \phi_e = \frac{2\pi}{\lambda} (n_e - n_o) d$$



实际中常用 $\frac{1}{4}$ 波片、 $\frac{1}{2}$ 波片 and 全波片，附加相位差分别为：

$\pm \frac{\pi}{2}$, $\pm \pi$ and 2π . 偏振片和波晶片组合在一起，可用于检偏.

5. 各种偏振光经过 $\lambda/4$ 片后偏振态的变化：

入 射 光	$\lambda/4$ 片 光 轴 取 向	出 射 光
线 偏 振	e 轴或 o 轴与偏振方向一致	线 偏 振
	e 轴或 o 轴与偏振方向成 45° 角	圆 偏 振
	其它取向	椭圆偏振
圆 偏 振	任何取向	线 偏 振
椭圆偏振	e 轴或 o 轴与椭圆主轴一致	线 偏 振
	其它取向	椭圆偏振

6. 偏振光的检验:

第 一 步	令入射光通过偏振片 I ,改变偏振片 I 的透振方向 P_1 , 观察透光强度的变化(图 6 - 58a)				
观察到的现象	有消光	强度无变化		强度有变化,但无消光	
结 论	线偏振	自然光或圆偏振		部分偏振或椭圆偏振	
第 二 步		a. 令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片 II ,改 变偏振片 II 的透振方 向 P_2 ,观察透射光的强 度变化(6 - 58b)		b. 同 a,只是 $\lambda/4$ 片的 光轴方向必须与第一 步中偏振片 I 产生的 强度极大或极小的透 振方向重合	
观察到的现象		有消光	无消光	有消光	无消光
结 论		圆偏振	自然光	椭圆偏振	部分偏振

7. 布儒斯特角: 由介质 n_1 射向介质 n_2 , 布儒斯特角为 $i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$

当光线以布儒斯特角入射时, 反射光与折射光的传播方向相互垂直, 且反射光为s光, 为线偏振.

[例题] 自然光以 60° 的入射角照射到某两介质交界面时，反射光为完全线偏振光，则折射光为()

- A. 完全线偏振光且折射角为 30°
- B. 部分偏振光，且此时两介质只能是空气和另一种折射率为 $\sqrt{3}$ 的介质
- C. 部分偏振光，但须知两种介质的折射率才能确定折射角
- D. 部分偏振光且折射角为 30°